

CALCULS D'ITINÉRAIRES

ACTIVITÉ : DIAGRAMME DE DIJKSTRA

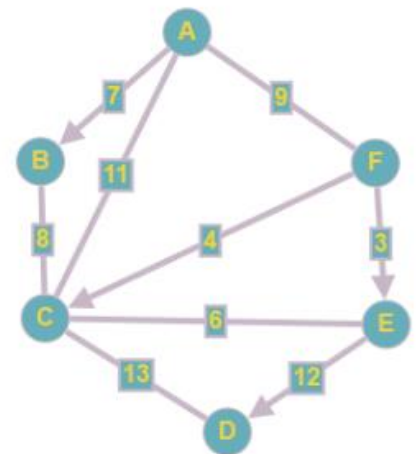
L'objectif de cette activité est de créer un graphe d'itinéraire puis de comprendre le fonctionnement de l'algorithme de Dijkstra, utilisés par les applications de calculs d'itinéraires (Waze, Mappy, Viamichelin ...)

CRÉATION D'UN GRAPHE (SUPPORT)

Le graphe ci-contre représente 6 lieux (sommets A, B, C, D, E et F), accessibles uniquement par les chemins les reliant (arêtes pondérées). Les chemins peuvent être à sens unique (présence d'une flèche) ou à double sens (absence d'une flèche)

Les sommets du graphe peuvent représenter des lieux d'intérêt (pays, villes, bourgs, bars, etc)

Les arêtes du graphe peuvent représenter les distances entre lieux d'intérêt (chemin le plus court) ou des temps (chemin le plus rapide)



Afin de dessiner ce graphe, on pourra accéder au site graphonline.ru/fr projet en open source dont la fiche d'aide se trouve à la fin de ce document.

Exercices : A l'aide du graphe ci-contre

Trouver le chemin le plus court menant de F à D

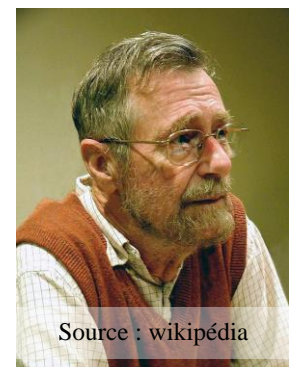
Trouver le chemin le plus court menant de D à F

Trouver le chemin le plus court menant de A à D

L'intelligence humaine permet de trouver assez rapidement les chemins les plus courts. Mais plus le nombre de sommets et d'arêtes augmentent, plus notre intelligence sera mise à contribution jusqu'à ce qu'elle soit mise en échec.

L'intelligence artificielle permet d'y palier.

Edsger Wybe Dijkstra, mathématicien néerlandais, a créé un algorithme éponyme utilisé par la plupart des applications de calculs d'itinéraire



Source : wikipédia

ALGORITHME DE DIJKSRA (MÉTHODE)

L'objectif de l'exercice suivant sera de suivre les instructions de l'algorithme de Dijkstra, comme le ferait un ordinateur.

L'algorithme est composé d'une initialisation puis d'une boucle se répétant jusqu'à ce que le chemin AD ne pourra plus avoir de valeur plus faible

Pour cet exercice, nous chercherons le chemin le plus court menant de A à D

Initialisation :

- Initialiser tous les sommets à la valeur ∞
- Initialiser le sommet initial (ici A) à la valeur **0**

Boucle : 1° lecture de la boucle

- Tester les arêtes à partir du sommet non traité de la valeur la plus faible (ici le sommet ... qui a une valeur de ...)
- Si la valeur du sommet d'arrivée est inférieure, changer la valeur du sommet d'arrivée correspondant
- Indiquer le sommet initial (ici A) comme traité

Lors de cette lecture de boucle,

3 parcours ont été ajoutés
0 parcours ont été supprimés

$AB_{(7)}$ $AC_{(11)}$ $AF_{(9)}$

Boucle : 2° lecture de la boucle

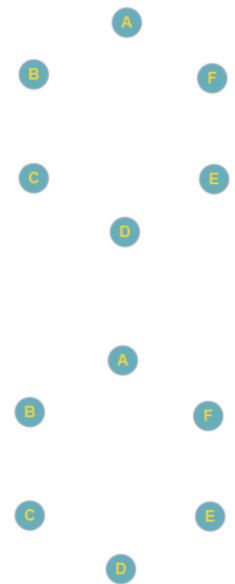
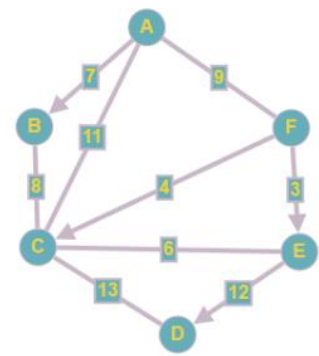
- Tester les arêtes à partir du sommet non traité de la valeur la plus faible (ici le sommet ... qui a une valeur de ...)
- Si la valeur du sommet d'arrivée est inférieure, changer la valeur du sommet d'arrivée correspondant
- Indiquer le sommet initial (ici ...) comme traité

Lors de cette lecture de boucle,

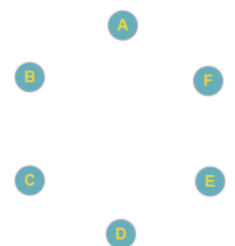
... parcours ont été ajoutés
... parcours ont été supprimés
... parcours ont été gardés

$ABC_{(15)}$
 $AC_{(11)}$ $AF_{(9)}$

Ici, l'algorithme supprime le parcours ABC (de valeur 15 ₍₇₊₈₎) puisque le chemin AC (de valeur 11) est inférieur



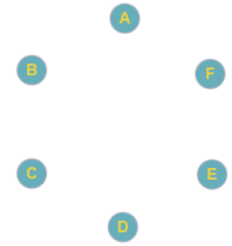
$AB_{(7)}$ $AC_{(11)}$ $AF_{(9)}$



$ABC_{(15)}$
 $AC_{(11)}$ $AF_{(9)}$

Boucle : 3° lecture de la boucle

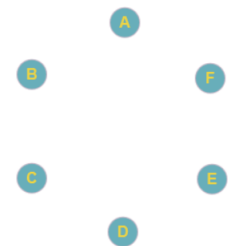
- Tester les arêtes à partir du sommet non traité de la valeur la plus faible (ici le sommet ... qui a une valeur de ...)
- Si la valeur du sommet d'arrivée est inférieure, changer la valeur du sommet d'arrivée correspondant
- Indiquer le sommet initial (ici ...) comme traité



Lors de cette lecture de boucle, ... parcours ont été ajoutés
 ... parcours ont été supprimés
 ... parcours ont été gardés

Boucle : 4° lecture de la boucle

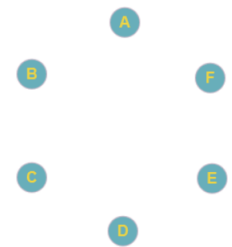
- Tester les arêtes à partir du sommet non traité de la valeur la plus faible (ici le sommet ... qui a une valeur de ...)
- Si la valeur du sommet d'arrivée est inférieure, changer la valeur du sommet d'arrivée correspondant
- Indiquer le sommet initial (ici ...) comme traité



Lors de cette lecture de boucle, ... parcours ont été ajoutés
 ... parcours ont été supprimés
 ... parcours ont été gardés

Boucle : 5° lecture de la boucle

- Tester les arêtes à partir du sommet non traité de la valeur la plus faible (ici le sommet ... qui a une valeur de ...)
- Si la valeur du sommet d'arrivée est inférieure, changer la valeur du sommet d'arrivée correspondant
- Indiquer le sommet initial (ici ...) comme traité



Lors de cette lecture de boucle, ... parcours ont été ajoutés
 ... parcours ont été supprimés
 ... parcours ont été gardés

Remarque : l'algorithme ne donnera qu'une solution, alors que dans cet exemple nous avons deux solutions équivalentes.

Quelle solution l'algorithme va-t-il choisir ?

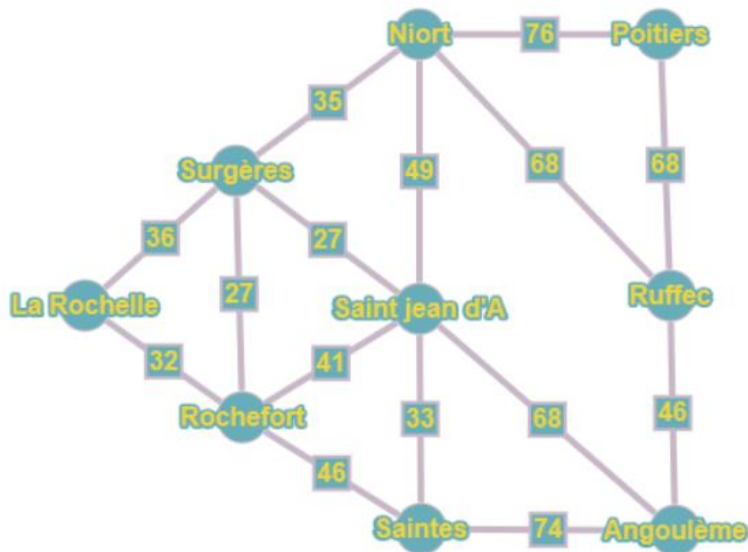
Pour le vérifier, tester l'algorithme de Dijkstra à l'aide du site graphonline.ru

Puis tester d'autres parcours

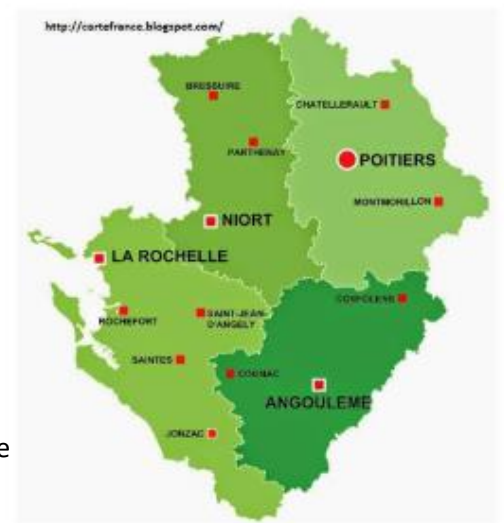
EXERCICES DE SYNTHÈSE :

Exercice 1 : (sans ordinateur)

Déterminer le chemin le plus court (distance minimum) entre La Rochelle et Ruffec



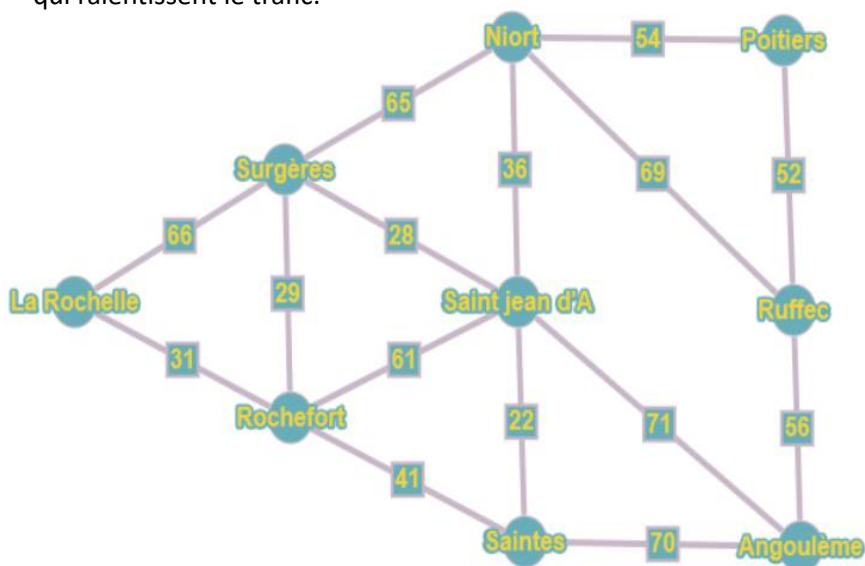
Les distances sont mesurées en km



Exercice 2 : (sans ordinateur)

Déterminer le chemin le plus rapide (temps minimum) entre La Rochelle et Ruffec

Déterminer le chemin le plus rapide (temps minimum) entre La Rochelle et Ruffec (attention aux bouchons qui ralentissent le trafic).



Les temps sont mesurés en minutes

Exercice 3 : (avec ordinateur)

Établir le graphe des distances, des différentes capitales de régions de France métropolitaine

Remarques :

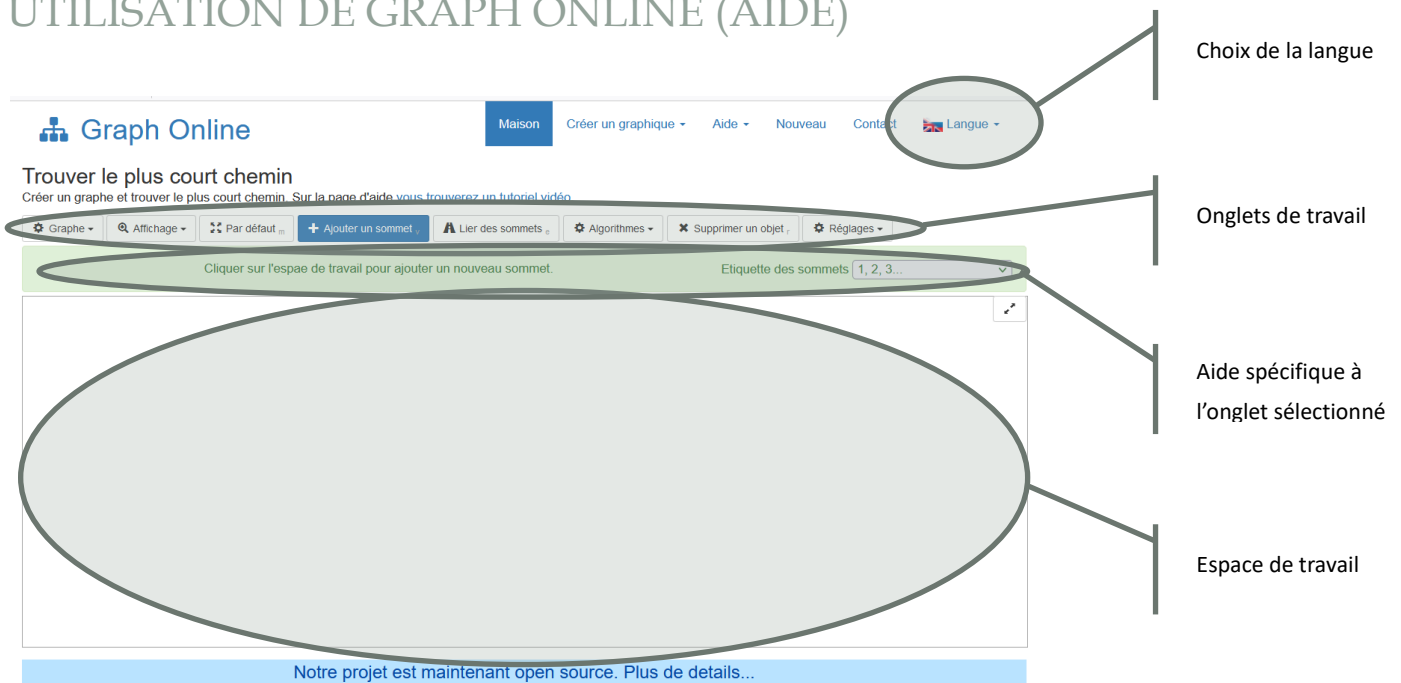
Les régions métropolitaines sont au nombre de 12.

Pour changer le nom des sommets il faut aller dans l'onglet « Graphe » et choisir « Renommer en groupes »

Pour obtenir la valeur des distances entre deux villes, vous pouvez utiliser le site « distancede.com »

Afin de ne pas surcharger le graphe, les routes ont été simplifiées et seront limitées aux arêtes comme proposées

UTILISATION DE GRAPH ONLINE (AIDE)



Pour y accéder, taper le nom de domaine graphonline.ru/fr

En ajoutant /fr au TLD vous aurez accès directement à la version française. Sinon, si vous le désirez, vous avez accès à un panel de 11 langues.

Onglets de travail :

- **Graphe** permet d'enregistrer, de créer des matrices et de renommer les sommets
- **Affichage** permet de zoomer
- **Par défaut** permet de déplacer les sommets et arêtes
- **Ajouter un sommet** permet d'ajouter un sommet qui s'incrémente automatiquement
Le choix des caractères (chiffres ou lettres) s'effectue à droite de l'aide spécifique (étiquette des sommets)
- **Lier des sommets** permet de créer une arête
Il faut cliquer sur le sommet d'origine puis sur le sommet d'arrivée
Vous pourrez choisir le poids de l'arête (valeur pondérée du chemin)
Vous pourrez décider de l'orientation de l'arête (orienté = sens unique ; non orientée = double sens)
- **Algorithmes** permet d'avoir accès à divers outils mathématiques utilisant les graphes
Exemple : l'algorithme de Dijkstra est l'outil utilisé par les calculateurs d'itinéraires.
- **Supprimer un objet** permet de supprimer un sommet ou une arête

La zone d'aide spécifique n'est accessible que pour certains onglets et donnent la marche à suivre (souvent intuitive)

L'espace de travail est l'espace dans lequel on va créer le graphe